

Ajedrez en la escuela

Un recurso pedagógico para desarrollar el pensamiento creador

JAQUE A LAS FRACCIONES

**Una propuesta alternativa para integrar
la enseñanza de fracciones equivalentes
con geometría en un tablero de ajedrez**

Juan Luis Jaureguiberry

Jaureguiberry, Juan Luis

Ajedrez en la escuela : jaque a las fracciones . - 1a ed. - Rosario : Municipal de Rosario, 2012.

124 p. : il. ; 30x21 cm.

ISBN 978-987-1912-03-2

1. Ajedrez. I. Título

CDD 794.1

Jaque a las fracciones

© 2012 Editorial Municipal de Rosario y Juan Luis Jaureguiberry.

Editorial Municipal de Rosario

Av. Aristóbulo del Valle y Callao - (2000) Rosario - Santa Fe - Argentina

Teléfono: (0341) 480 4511 int. 220

Correo electrónico: emr@rosario.gov.ar

Página web: www.rosario.gov.ar/emr

Juan Luis Jaureguiberry

Teléfono: (0341) 153 708 333

Correo electrónico: ajedrezescolarsantafe@hotmail.com

ISBN 987-1912-03-2

Queda hecho el depósito que marca la Ley 11.723

Prohibida su reproducción total o parcial

Impreso en Argentina

Este libro de terminó de imprimir en octubre de 2012

en Art Talleres Gráficos - San Lorenzo 3255 - (2000) Rosario - Santa Fe - Argentina

Tel. (0341) 439 1478 - Art.talleresgraficos@gmail.com

Índice

Prólogo	7
Introducción	9
1. Lo de abajo se dibuja, lo de arriba se pinta	9
2. Resultados inmediatos o conocimientos significativos	10
3. Los números no existen	11
4. ¿Hacer cuentas o resolver problemas?	12
5. ¿Es de más o es de por?	13
6. Fracciones y rayitas	13
7. Cómo hablamos en la clase de matemática	14
8. Uso del tiempo escolar	14
9. Naturalización de los recortes didácticos	15
I. La propuesta didáctica	16
1. Los beneficios de enseñar ajedrez en la escuela	16
2. La enseñanza integrada de ajedrez con matemática	17
3. Ventajas de la utilización del tablero de ajedrez	18
4. Ejes de trabajo	20
II. Representaciones continuas y discontinuas de la mitad	24
1. Representaciones continuas de la mitad	24
2. Representaciones continuas de la mitad sin cortar ninguna casilla	26
3. La representación y la construcción de los conceptos	27
4. Representaciones discontinuas de la mitad	28
5. Alternativas para contar la mitad de las casillas	28
6. La mitad, ¿es siempre la mitad?	29
7. Matemática sin números	30
III. Representaciones de la relación entre la mitad y los cuartos	32
1. Representaciones continuas de la relación entre la mitad y los cuartos	32
2. Representaciones discontinuas de la relación entre la mitad y los cuartos	34
3. Construcciones matemáticas	34
4. Coherencia didáctica	36
5. Demostrar lo evidente	37
6. Cálculos a partir de las casillas	39

IV. Representaciones discontinuas de la mitad con otras fracciones	40
1. Representaciones discontinuas de la mitad mediante octavos	40
2. Lo igual y lo diferente	42
3. Representaciones discontinuas de la mitad mediante dieciséis avos	42
4. Representaciones discontinuas de la mitad mediante treinta y dos avos	44
5. Relación de las representaciones geométricas como partes del tablero	45
6. Series de fracciones equivalentes	46
V. Simetría y rotación: múltiples representaciones congruentes	48
1. Rutina o creatividad	48
2. ¿El mío igual está bien?	49
3. Simetría y rotación en las representaciones continuas de la mitad	50
4. Simetría y rotación en las representaciones discontinuas de la mitad	51
VI. Traslación y diferencia de cálculo	54
1. El origen de una construcción didáctica	54
2. Traslación en las representaciones continuas de la mitad	55
3. Traslación en las representaciones discontinuas de la mitad	56
4. Traslación de las partes en las representaciones discontinuas de la mitad	57
5. Un modelo de análisis exhaustivo	59
VII. ¿Cuántas representaciones de la mitad puedo construir?	61
1. Movimiento y cantidad	61
2. Cálculo de la mitad con figuras irregulares	62
3. Un número muy, muy grande	63
4. Pero ¿podemos?	64
5. Reflexiones finales	66
VIII. Materiales de apoyo	67
Problemas complementarios	69
Problema 1.a	71
Problema 1.b	79
Problema 2.a	85
Problema 2.b	89
Problema 2.c	94
Problema 3.a	100
Problema 3.b	106
Problema 4.a	109
Problema 4.b	115
Problema 5	121

Prólogo

La aparición de un nuevo libro que intente ayudar al docente a facilitar a los alumnos y alumnas la comprensión de las matemáticas es siempre un hecho auspicioso. Este libro en particular lo hace desde un lugar poco explorado, cual es el de la transversalidad.

En efecto, los conocimientos se adquieren para aplicar en diferentes aspectos de la vida: saber abscisas y ordenadas ayuda a comprender mejor diferentes ubicaciones geográficas; los números negativos permiten situarse en una línea de tiempo con los sucesos anteriores a Cristo; los porcentajes facilitan la comprensión de las leyes económicas, etc.

En este libro estamos en una situación inversa: se le propone al docente la utilización del ajedrez como recurso didáctico para el desarrollo de contenidos matemáticos, para lo cual se lo ayuda con situaciones problemáticas creativas e interesantes. Aunque el docente no sepa jugar al ajedrez.

Que es precisamente lo que dicen los documentos que apoyan a los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP): Los alumnos saben cosas que el docente no sabe y es rol del docente apoyarse en esos saberes (por ejemplo el ajedrez) para el desarrollo de los contenidos propios. Pero, para esto hay que ayudar al docente. Este libro pretende situarse en ese lugar de ayuda.

Este libro no enseña a jugar al ajedrez. Si el docente quiere aprender a jugarlo, deberá apoyarse en otros libros. Tampoco pretende ayudar al profesor de ajedrez a mejorar su didáctica. Hay otros libros que intentan recorrer ese camino. Este libro es otra cosa: trata situaciones matemáticas que se presentan en el tablero. Esto es lo novedoso.

Desde 2003, cuando se crea el Programa Nacional de Ajedrez Educativo en el Ministerio de Educación, son miles las escuelas de todas las provincias que han decidido incorporar el ajedrez a su Proyecto Educativo Institucional. Esta innovación cuenta con gran consenso en las comunidades educativas.

Este libro ayudará a interrelacionar: el profesor de ajedrez seguirá enseñando su especificidad, pero quien enseñe matemática tendrá la posibilidad de poner en valor pedagógico esos saberes, desde su materia.

Por estos motivos es mi deseo que se transforme en un gran éxito editorial.

Prof. Jorge Berguier
Coordinador del Programa Nacional de Ajedrez Educativo
Ministerio de Educación de la Nación

A Verónica,
*por sus aportes enriquecedores
y su colaboración permanente*

A mis hijos,
*por su paciencia con el tiempo que les debo,
su acompañamiento y comprensión*

A mis alumnos,
*por su cariño a través de los años,
que renueva mi placer de enseñar;
y por su inagotable deseo de aprender;
que recrea mi confianza en el futuro*

A los directivos y docentes
*que creyeron en el proyecto de ajedrez escolar
y le abrieron las puertas de sus aulas, su mente y su corazón*

Introducción

“No debemos pensar que la didáctica sólo consiste en presentar como descubrimientos lo que hacen los niños pequeños. Es necesario resolver problemas mediante conocimientos teóricos y recursos técnicos. Es necesario proponer algo para actuar sobre algunos fenómenos de enseñanza; pero primero es necesario identificarlos y explicarlos. El trabajo de gestión del sentido del contrato didáctico, en relación con el sentido por parte del maestro o entre maestros de niveles diferentes, es un problema teórico delicado y uno de los principales desafíos de la didáctica” (Guy Brousseau)⁽¹⁾

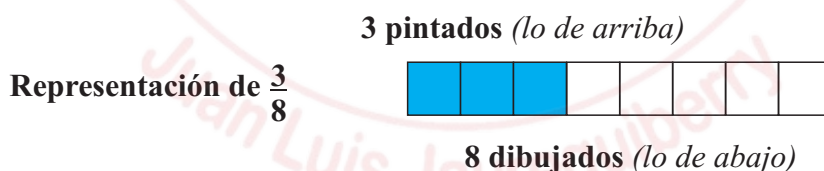
1. Lo de abajo se dibuja, lo de arriba se pinta

Desde el Programa de Ajedrez de la Secretaría de Cultura de la Municipalidad de Rosario organizamos regularmente encuentros interescolares masivos de ajedrez entre alumnos de escuelas primarias⁽²⁾ como parte del proceso de enseñanza/aprendizaje del juego y con fines de socialización.

Hace un par de años, en ocasión de uno de estos eventos del que participaron más de doscientos alumnos de una docena de escuelas de la zona norte de Rosario, fui invitado por la directora de la escuela pública anfitriona a brindar una charla de capacitación sobre ajedrez y matemática a las maestras reunidas en plenaria.

Una de las docentes que asistió en contraturno llevó a su hija de diez años, que por la tarde cursaba 5° grado en una escuela de gestión privada. Promediando mi exposición y mientras argumentaba sobre la inconveniencia de utilizar siempre las mismas representaciones gráficas para enseñar fracciones, la niña levantó la mano y con toda inocencia y frescura nos transmitió la recomendación recibida de su maestra: “Es fácil. Para no equivocarse, lo de abajo se dibuja y lo de arriba se pinta”.

Inmediatamente la invité a que nos explicara el significado de esa consigna y ella, pasando al pizarrón con gran seguridad y confianza, dio el siguiente ejemplo: “Si la maestra me pide que represente $\frac{3}{8}$, primero tengo que dibujar 8 cuadraditos, que es lo de abajo y después tengo que pintar 3 cuadraditos, que es lo de arriba”.



Seguramente la hija de nuestra docente era una buena alumna y como la mayoría de sus compañeros, haciendo lo que su maestra le decía ¡tenía un diez asegurado!

⁽¹⁾ **Guy Brousseau - Los diferentes roles del maestro** (Conferencia pronunciada en la UQAM - Canadá - 21/1/1988). En “Didáctica de matemáticas” - Cecilia Parra e Irma Saiz (compiladoras) - Cap. IV - pág. 77 - Ed. Paidós -1994

⁽²⁾ Estos encuentros, de baja intensidad competitiva y con diplomas o pequeños trofeos para todos los participantes, se realizan siempre entre equipos de cuatro, seis u ocho jugadores. Si bien las partidas son individuales, los resultados se computan por equipo para reducir al mínimo la presión psicológica que puede generar en los niños la responsabilidad por los resultados.

Traigo a colación esta anécdota porque actuó como disparador de una nueva serie de reflexiones sobre la enseñanza de fracciones que finalmente me motivaron a escribir este libro, luego de presentar algunos trabajos preliminares y abrir nuevas líneas de debate con docentes en congresos y cursos de capacitación.

Respondiendo al reclamo de Guy Brousseau en la cita del inicio, voy a “proponer algo para actuar” sobre algunos problemas que presenta la enseñanza de fracciones equivalentes “pero primero” trataré de “identificarlos y explicarlos” analizando **qué prácticas se promueven** con indicaciones como las que recibió la alumna y **qué ideas se esconden** detrás de ese tipo de recomendaciones porque no son fenómenos aislados.

Esta consigna se suma a muchas otras prescripciones que, como fórmulas mágicas, escucho recitar a mis alumnos desde hace más de veinte años cuando los interrogo sobre temas de matemática en las clases de ajedrez. Forman parte de una **red discursiva** que no está registrada en la didáctica oficial pero que circula como tradición oral entre los docentes y aunque pretenden mejorar el rendimiento escolar, aumentan las dificultades de los alumnos para lograr una comprensión genuina de la matemática.

Recetas como éstas integran un modelo de enseñanza que también abusa de la ejercitación repetitiva y la realización de cuentas en desmedro de la resolución de problemas y la construcción de conceptos. Veremos cómo todo esto configura una estrategia errónea que resulta decisiva en la perpetuación de muchos problemas sistémicos del aprendizaje escolar de matemática en general y de fracciones en particular y que llega inclusive a dificultar la construcción de la noción de número en los niños.

2. Resultados inmediatos o conocimientos significativos

Cuando la enseñanza de matemática se apoya excesivamente en la aplicación de recetas suele crear durante algún tiempo un circuito autosatisfactorio (nuevo tema/receta/ejercicio tipo/resolución esperada) que proyecta sus efectos tranquilizadores sobre maestros, alumnos y padres.

Muchos docentes piensan que su curso “anda bien” cuando la mayoría de sus alumnos, siguiendo “al pie de la letra” sus indicaciones, hacen correctamente las tareas y aprueban las evaluaciones. Los niños y sus padres también están contentos con las buenas notas en los cuadernos y las libretas. Probablemente sea igual la percepción del personal directivo, sobre todo si está más absorbido por la actividad administrativa que por la pedagógica. A veces, esta orientación de trabajo es directamente **la política oficial** del establecimiento.

Cuando aún así aparecen problemas de aprendizaje, son de “los alumnos que tienen dificultades” y muchas veces se intenta superarlos repitiendo las mismas explicaciones, insistiendo con más ejercitación y apelando a que “presten más atención en clase”, “no se distraigan” y “estudien en su casa”. Si esto no alcanza, algunos padres con mayor capacidad económica y otros haciendo verdaderos sacrificios, recurren al apoyo de maestros particulares que, aplicando técnicas similares pero con dedicación exclusiva, consiguen que al cabo de un tiempo estos alumnos hagan **casi lo mismo** que los demás.

En comunidades con problemas crónicos de exclusión social y cultural, muchos alumnos igual pasan de grado porque cada vez son más las escuelas que “comprenden y asumen” las dificultades que los agobian. Sin embargo, esa voluntad positiva de contenerlos dentro del sistema educativo en forma no traumática, que gana terreno frente al modelo de escuela expulsora, suele estar acompañada de la pérdida de confianza en la capacidad de aprendizaje de los niños, la resignación de expectativas y el sacrificio de contenidos.

Pero en todos los casos las didácticas basadas en indicaciones directas sólo producen respuestas mecánicas, contrapuestas al objetivo de promover en los alumnos el pensamiento crítico y creativo.

Desde el punto de vista de la construcción de conocimiento estas didácticas son un atajo dotado de una cierta dosis de ingenuidad respecto a su eficacia. La consecuencia más probable es que los alumnos tengan dificultades para utilizar esos saberes en situaciones concretas no pautadas escolarmente y no logren conocimientos significativos.

En sectores socialmente más vulnerables este problema toma dramática visibilidad en los primeros años de la escuela secundaria cuando muchos jóvenes no logran aprobar tres o más materias y se produce una gran cantidad de repitencias y abandonos.

En algunas escuelas privadas que tienen nivel primario y secundario y donde un importante motivo para la promoción es el pago puntual de una abultada cuota mensual, estas dificultades de sus alumnos se evidencian recién al inicio de los estudios universitarios o se ocultan indefinidamente detrás de una sólida posición económica familiar.

Desde el punto de vista de la construcción de subjetividad se lesiona fuertemente la autonomía. Los niños entrenados para cumplir mecánicamente consignas que no alcanzan a comprender, acatando ciegamente la autoridad y repitiendo lo mismo que dicen o hacen los demás, serán adultos predispuestos a ser sometidos por verdades reveladas, vulnerables a discursos autoritarios o demagógicos y propensos a convertirse en fanáticos que sostienen posiciones sin ninguna reflexión crítica.

Por el contrario, los niños aprenden cuando las novedades les provocan curiosidad e interés por investigar, cuando necesitan reelaborar lo que saben para superar situaciones que les generan resistencia e incomodidad y cuando los docentes promueven su participación activa en clase.

Los alumnos que desde pequeños se acostumbran a abordar situaciones problemáticas, a desarrollar estrategias que les exijan articular saberes previos y a expresar libremente sus opiniones y defenderlas con argumentos, seguramente verán facilitado su tránsito posterior por el sistema educativo formal. Además, es probable que se desarrollen como adolescentes ávidos de ampliar los conocimientos y experiencias que les ofrece la escuela y cuando adultos, sean ciudadanos socialmente activos y responsables, aptos para convivir críticamente en una democracia participativa.

3. Los números no existen

Al comenzar los cursos de capacitación siempre consulto si mi auditorio está de acuerdo en que “*los números no existen*”. No deja de llamarme la atención que, una y otra vez, esta afirmación produce en la mayoría de los docentes un momento de desconcierto, de duda, de inquietud. Claro que luego de preguntar si “*alguien vio alguna vez un dos*” rápidamente acordamos sobre **el carácter ideal del número**. Pero este juego dialéctico pone en evidencia que esa **noción ontológica** no está presente en su práctica cotidiana y menos aún que consideren necesario abordarla en algún momento con sus alumnos.

Veamos la relación entre lo ideal y lo real en otros ámbitos de la escuela y en el caso de la receta que recibió nuestra alumna. Desde el ingreso al nivel inicial, la escuela les propone a los niños que dibujen a su familia, sus mascotas, su casa, un árbol, etc. En esta importante actividad en la que reflejan sus afectos y emociones, los alumnos pasan de esquemas básicos a representaciones cada vez más complejas a medida que aumentan sus conocimientos sobre los objetos y mejora el desarrollo de su motricidad.

Pero por más frondosa que sea su imaginación y muchas las diferencias de colores, formas y tamaños que existan entre los dibujos y las cosas dibujadas, en el proceso de dibujar interiorizan una relación de preexistencia entre las cosas y sus representaciones y por supuesto, le adjudican la existencia primaria a los objetos, aunque éstos sean a su vez imaginarios, como el hada de un cuento.

Con la consigna del inicio, la docente promueve involuntariamente en sus alumnos dos ideas equívocas. Al presentarles un número y enseñarles **la** forma de representarlo bien, los induce a pensar que hay una relación **biunívoca** entre el número y esa representación gráfica. Además propicia en ellos la falsa idea de que el número tiene la misma existencia real que las demás cosas que en la escuela le piden que dibuje y pinte.

A cualquier objeto real (una casa) o imaginario (un dragón) puedo adjudicarle forma, tamaño y color. Pero el $\frac{3}{8}$ no tiene la forma rectangular con la que pretendió representarlo la nena, ni ninguna otra forma. Tampoco tiene los colores con los que lo pintó, ni ningún otro color, ni tamaño ni ninguna propiedad material, porque es un número, cuya existencia es ideal.

Por eso, en las ejercitaciones sobre fracciones es necesario reemplazar definitivamente los enunciados del tipo: “*representa las siguientes fracciones: $\frac{3}{8}$, etc.*” por enunciados del tipo “*realiza representaciones **cuyas expresiones aritméticas sean las siguientes fracciones:** $\frac{3}{8}$, etc.*”

Y esto no es un problema de una o cien maestras. Lamentablemente, los libros escolares están plagados de enunciados dudosos. Si proponen ejercicios que ya tienen un dibujo dividido en porciones y lo que pretenden es que los niños los pinten, deberían decir, por ejemplo, “*pinta $\frac{1}{4}$ **de** este círculo*” y no como ocurre muchas veces “*pinta $\frac{1}{4}$ **en** este círculo*”. Siguiendo estrictamente esta última consigna los niños deberían pintar sobre la figura ¡el número $\frac{1}{4}$! con su color preferido, en vez de colorear la cuarta parte del círculo.

Si quiero trabajar a partir del número, una alternativa válida es ofrecer problemas que les exijan a los alumnos desarrollar una **diversidad de enunciados o representaciones** que resulten en la misma expresión aritmética, para que esa multiplicidad de textos o gráficos subraye **el carácter ideal de lo matemático**.

Una de las consecuencias de esta incomprensión ontológica del carácter ideal del número se percibe

cotidianamente en la escuela secundaria cuando los profesores se quejan de que los jóvenes casi nunca escriben las unidades de magnitud en los resultados de los problemas y se les escucha repetir “*Tal cantidad, ¿de qué?*” En realidad, para muchos de esos jóvenes los números expresan algo por sí mismos y por eso no les parece necesario escribir las unidades de magnitud. Otros, simplemente no logran construir la conexión interna entre los números con los que operan y las magnitudes que los problemas les plantean.

Por eso, así como en algún momento tenemos que decirles a nuestros hijos que “*los reyes magos somos los padres*”, la escuela primaria tiene que explicarles a sus alumnos que “*los números no existen*”, que son la expresión de una cantidad o un orden que ellos mismos les imponen a los objetos y a sus propiedades y evitar que lleguen a la secundaria con la idea equivocada de que los números son una propiedad de las cosas.

4. ¿Hacer cuentas o resolver problemas?

Dijimos que la recomendación que analizamos es parte de una forma de enseñar matemática que suele privilegiar la realización de operaciones que no surgen de la resolución de problemas. Y ésta es otra causa fundamental de las dificultades que padecen niños, adolescentes y adultos en la comprensión de la matemática.

El déficit no se limita al prematuro abandono del material concreto tras los primeros años de escolaridad, cuando el pensamiento del niño aún es lógico concreto y no lógico abstracto. La costumbre de proponerles que hagan muchas cuentas en vez de plantearles problemas también priva a los alumnos de la referencia a elementos que, aunque no estén a la mano o a la vista, están siempre presentes en los enunciados de los problemas.

Esos elementos a los que se refieren los problemas son los que hay que comparar, ordenar, contar, sumar, restar, etc. Son los que le dan sentido tanto al concepto de número como a las operaciones matemáticas que el alumno debe realizar. En general, el trabajo con números que no representan nada y que por lo tanto no significan nada, refuerza en los niños la idea equivocada de que los números tienen existencia real y peor aún, que los números *son los dibujos* de los dígitos.

En los cursos de capacitación, algunas maestras defienden la tarea de “*hacer cuentas*” con un argumento tan cierto como fuera de contexto: “*lo que para algunos niños es un mero ejercicio, para otros constituye un verdadero problema*”. Pero transponen al ámbito procedimental (la necesidad de que los alumnos desarrollen la habilidad para resolver algoritmos) una discusión que estamos planteando en el ámbito conceptual.

Por el contrario, la didáctica de la matemática debe proponer situaciones problemáticas cuyos enunciados y/o gráficos promuevan, como mínimo, una actividad en la que los números y las operaciones utilizados sean la *expresión aritmética* de esas situaciones problemáticas, constituyan su traducción al *lenguaje matemático*.

Nuestro reclamo a los docentes de que pongan siempre la ejercitación operatoria al servicio de la resolución de problemas, descartando las cuentas aisladas, no implica que seamos ingenuos sobre las distintas intenciones con las que se usan los problemas en los procesos de enseñanza/aprendizaje. En este sentido es muy útil la clasificación que propone Roland Charnay sobre las diferencias de lugares y roles que tienen los problemas en los distintos modelos educativos⁽³⁾:

- 1) en el modelo llamado “*normativo*” (centrado en el contenido cuyo portador es el maestro que debe transmitirlo), el problema se utiliza como criterio de aprendizaje;
- 2) en el modelo llamado “*incitativo*” (centrado en el alumno en tanto portador de intereses, motivaciones, necesidades, etc.) el problema se utiliza como móvil de aprendizaje y
- 3) en el modelo llamado “*apropiativo*” (centrado en la construcción de saber por el alumno), el problema se utiliza como recurso de aprendizaje.

Es imposible encuadrar en un único modelo toda la actividad áulica, pero recomendamos priorizar el modelo apropiativo, como hacemos en la enseñanza de ajedrez. En este modelo el docente presenta a los alumnos “*desde el comienzo del aprendizaje*” situaciones problemáticas que promueven “*una acción de búsqueda de procedimientos de resolución*”, “*organiza la comunicación de la clase, propone en el momento adecuado los elementos convencionales del saber (notaciones, terminología)*” para que el alumno “*en interacción con otros alumnos*” realice los procesos de “*formulación, validación (confrontación de los procedimientos, puesta a prueba, nueva situación con diferentes obstáculos) e institucionalización*” (cf. Charnay)

⁽³⁾ Roland Charnay - *Aprender por medio de la resolución de problemas* (Artículo publicado en la revista “Grand N” n° 42 - Grenoble, Francia - 1988). En “Didáctica de matemáticas” - Cecilia Parra e Irma Saiz (compiladoras) - Cap. III - p. 54 a 58 - Ed. Paidós - 1994

5. ¿Es de más o es de por?

Estos hábitos negativos de pedirles que memoricen y apliquen recetas y ejercitarlos en hacer cuentas como práctica operatoria y no en el marco de la resolución de problemas, suelen venir acompañados de un ordenamiento conductista en la presentación formal de los algoritmos que los alumnos *“tienen que repetir como están hechos en el pizarrón”*.

Suponiendo equivocadamente que ya construyeron acabadamente la estructura y el concepto de número, se los insta a reiterar procedimientos con el objetivo de aumentar su destreza para resolver operaciones rápida y eficazmente, a pesar del acceso casi universal a las calculadoras electrónicas que hoy están incorporadas hasta en los teléfonos celulares. Son una excepción los docentes que les enseñan a sus alumnos distintas formas de realizar la división y luego les permiten elegir la que les resulte más cómoda.

Poner el acento en promover y valorar la capacidad de reproducir las mismas presentaciones formales, sin volver periódica y sistemáticamente sobre la construcción de sentido, da por resultado que los alumnos, en el mejor de los casos, terminen *“haciendo bien”* las cosas sin entender demasiado por qué.

Por eso es tan común que muchos niños, en sus primeros años de escuela, luego de leer un enunciado pregunten *“¿este problema es de más o es de por?”* y cuando se les responde, hagan prolija y correctamente la cuenta indicada. Los alumnos de 2° y 3° ciclo vuelven a poner en evidencia la misma cuestión repitiendo una y otra vez la pregunta *“¿qué tengo que hacer en este problema?”*.

La escuela advierte que sus alumnos tienen dificultades para interpretar los enunciados pero le cuesta asumir su propia responsabilidad en la producción de niños dependientes, inseguros, sin autonomía, que para resolver algo siempre están reclamando indicaciones más explícitas o que directamente apelan a preguntas del tipo *“¿lo hago como el otro?”* o *“¿como cuál lo hago a éste?”* para que la maestra los remita a un modelo de problema ya resuelto que puedan copiar cambiando las cifras del caso.

6. Fracciones y rayitas

La particular disposición de los dígitos en la representación tradicional de los números racionales (numerador/denominador) es caldo de cultivo para la proliferación de recetas de lo más pintorescas. Es habitual que se proponga a los alumnos elaborar listas de fracciones equivalentes o simplificar fracciones como un mero ejercicio, siguiendo la consigna que les ordena *“multiplicar o dividir arriba y abajo por el mismo número”*. Y nos preguntamos ¿arriba y abajo de qué? ¿de la rayita?

El año pasado, en un curso oficial de capacitación en ajedrez y matemáticas que brindé en una ciudad del sur santafesino, confirmé que este problema afecta incluso a los institutos de formación docente, tornándolo más grave y perdurable. Allí una maestra recientemente recibida, alentada por mis críticas a los lugares comunes de la enseñanza escolar de racionales, se animó a contar, ante el asombro de la mayoría de los presentes, que siendo alumna del Profesorado de Enseñanza Primaria, le *“habían puesto un nueve en vez de un diez en una evaluación sobre fracciones a pesar de que no tenía ningún error”* y cuando reclamó, su profesora le explicó que *“le habían bajado un punto porque había escrito todas las fracciones con el formato n/d , en vez de $\frac{n}{d}$ ”*.

Cuando se trata de resolver divisiones entre racionales, las reglas mnemotécnicas se complementan con simpáticas flechitas que pretenden ayudar a los niños a recordar que tienen que *“multiplicar el de arriba por el de abajo y ponerlo arriba y multiplicar el de abajo por el de arriba y ponerlo abajo”*. Mientras se utilizan horas y horas de clases para **entrenar** a los alumnos en estas formalidades, suelen quedar en segundo plano algunos aspectos fundamentales de la enseñanza de fracciones, como por ejemplo:

- 1) Muchos alumnos hacen cuentas con racionales durante años sin entender que las fracciones expresan en sí mismas una división. De allí devienen dificultades para relacionar las fracciones con los decimales.
- 2) Trabajando la fracción como expresión matemática de **la parte de algo** se posterga, a veces indefinidamente, la enseñanza de la fracción como expresión de una **proporción**. Esta limitación repercute luego, por ejemplo, en la comprensión de los problemas que se resuelven aplicando la *“regla de tres”*.
- 3) La explicación de por qué la división por una fracción propia da un resultado mayor que el número dividido se suplanta, en el mejor de los casos, con consignas como *“dividir por un medio es lo mismo que multiplicar por dos”*. Sus consecuencias las vemos en las dificultades que tienen los alumnos más adelante para realizar los pasajes de términos en los problemas de álgebra.

7. Cómo hablamos en la clase de matemática

También es fundamental la forma en la que hablamos de la matemática que enseñamos. Los recortes discursivos, la pérdida de precisión y la supresión de matices se potencian con los atajos operatorios de algoritmos mecanizados y traen aparejados la simplificación de significados y el vaciamiento de contenidos. Salvando las distancias, no hay que caer en el error de esos adultos que les hablan a los bebés en una graciosa media lengua pensando que así pueden comunicarse mejor con ellos. Para que aprendan no sólo a hablar, sino también a pensar correctamente, es indispensable hablarles bien a los bebés primero y a los niños cuando crecen.

Ejemplos de estos problemas los vemos en la ejecución de algoritmos, cuando la repetición mecánica de muletillas como “*bajo el cinco*” o “*me llevo tres*” termina disociando a los dígitos involucrados en las cuentas de las nociones de decenas, centenas, etc. Por este camino se socava en los niños la comprensión de nuestro sistema posicional de numeración decimal. Lo mismo ocurre cuando **prematuramente**, antes de que lo construyan como conocimiento significativo, se los insta a **reemplazar las operaciones** de multiplicación o división con múltiplos de diez **por acciones** como “*corrí la coma tantos lugares para adelante o para atrás*” o “*ponele o sacale tantos ceros*”.

En Lengua aparece más clara la tarea de enriquecer la comunicación con los alumnos incorporando permanentemente nuevas palabras que los motiven a indagar sobre su significado y reduzcan al mínimo la tendencia de usar el sustantivo universal “*cosa*” o identificar algo señalando “*eso*” con el índice.

En Matemática, además de enseñar la notación específica (el lenguaje matemático), nuestro discurso tiene que promover la reflexión sobre las diferencias lógicas, de sentido, distinguiendo el uso de las mismas palabras en el lenguaje coloquial y en el científico. Esto podemos hacerlo con planteos sencillos como hacer notar la diferencia entre “*la*” figura plana que tiene los cuatro lados iguales, que es el rombo, y “*una*” figura plana que tiene los cuatro lados iguales como es el cuadrado (caso particular de rombo cuyos ángulos son rectos).

Si no sólo decimos que $4/10$ es “*cuatro décimos*” sino también “*cuatro de diez*”, posibilitamos pensar la fracción como relación. Si además de leer $4/10 = 2/5$ como “*cuatro décimos es igual a dos quintos*” decimos que “*cuatro es a dos como diez es a cinco*” habilitamos pensar la fracción como proporción. Si al leer $4/10 = 0,4$ además de decir “*que son dos formas equivalentes de escribir cuatro décimos*”, también mencionamos que “*cuatro dividido diez representa la misma cantidad que cuatro décimos*”, no sólo construimos un puente entre decimales y fracciones sino también definimos la fracción como división.

Asociado a estas prácticas de simplificación discursiva de muchos docentes, está el abandono de la exigencia hacia los alumnos de “*escribir el resultado en forma de oración completa*”. Esta consigna parece haber sido descartada por antigua, por demasiado complicada, por considerarla un requisito innecesario o porque implicaba una pérdida de tiempo.

Por el contrario, cuando les pedimos a los alumnos que expliquen por escrito u oralmente los resultados que obtuvieron, los ayudamos a completar cabalmente el proceso de construcción del significado que siempre tienen las operaciones matemáticas cuando están al servicio de la resolución de un problema. Pero además, esta actividad es muy útil para diagnosticar dificultades de comprensión que muchas veces quedan ocultas detrás de resultados numéricos correctos.

8. Uso del tiempo escolar

Al presentar estos temas en los cursos de capacitación sigo notando con preocupación que, si bien la mayoría de los docentes son conscientes de los problemas, sus actitudes son dispares. Algunos se esfuerzan por romper con el modelo tradicional, pero la mayoría de esas experiencias positivas quedan limitadas a las secciones de grado en las que se desempeñan. Otros maestros se resignan a “*seguir la corriente*” justificando que no pueden hacer otra cosa porque “*tienen poco tiempo para cumplir con el programa*”. Pero no pueden evitar la frustración al comprobar que los resultados no mejoran.

Una excepción la constituyen las escuelas que incentivan y organizan la participación de sus alumnos en las olimpiadas matemáticas aunque todavía no tienen suficiente apoyo oficial. Sin intentar por ahora evaluar las causas, debo señalar que en las escuelas donde la participación en las olimpiadas matemáticas coexiste con la enseñanza de ajedrez, es notable que los mismos alumnos se destacan en ambas actividades.

Hay que aprovechar tanto la voluntad de cambio de algunos docentes como la insatisfacción y el desasosiego de otros, para impulsar un debate colectivo que se traduzca en **compromisos institucionales sobre el**

uso del tiempo escolar. Sólo así se lograrán cambios sustanciales y perdurables en las formas de enseñar matemática, superando los alcances de las iniciativas individuales.

Es necesario invertir más tiempo en el desarrollo de ciertos aspectos que favorecen la formación intelectual y actitudinal de los alumnos porque así los habilitamos e incentivamos a buscar, procesar y asimilar nueva información de manera más rápida, segura y coherente. El tiempo que destinemos para **enseñar a pensar** nunca será tiempo perdido y seguramente permitirá recuperar más adelante alguna demora relativa, si la hubiera, en el desarrollo del programa.

En igual sentido proponemos que la jornada extendida prevista en la nueva Ley Nacional de Educación no sea sólo un recurso de contención social que evite que los niños estén en la calle, ni un mero tiempo agregado para repetir los mismos contenidos y procedimientos, para hacer “*más de lo mismo*”.

Hay que planificarla como una oportunidad para disponer de más tiempo escolar útil, con propuestas renovadoras e interdisciplinarias, que promuevan el desarrollo integral de una infancia cada vez más privada de apoyo familiar. Algunos padecen la exclusión cultural, la inmadurez adolescente o la ausencia de cultura del trabajo de sus padres. Otros sufren las crecientes exigencias laborales de ambos padres, la proliferación de familias multiparentales o el acceso a las nuevas tecnologías sin orientación de contenido ni límites de tiempos.

9. Naturalización de los recortes didácticos

Simultáneamente con este debate hay que atacar de raíz el proceso de naturalización de los recortes didácticos entre los docentes. Los recortes son indispensables y están justificados en la necesidad de adaptar el proceso de enseñanza/aprendizaje a los tiempos de maduración intelectual de los niños y a la asimilación significativa de conocimientos previos. La principal función de los docentes no es dar clase sino conseguir que sus alumnos aprendan. Por eso, la capacidad de realizar adecuadamente los recortes didácticos es un arte que deben cultivar mediante el análisis crítico de su propia práctica, verificando siempre **qué entendieron sus alumnos** de lo que intentaron enseñarles.

Los recortes no pueden resultar amputaciones que vacíen indefinidamente de sentido los contenidos, impidan que se articulen en su desarrollo posterior, o peor aún, generen obstáculos epistemológicos. Cuando los docentes naturalizan los recortes didácticos restringen el lugar que ocupa cada contenido al cronograma que establece la currícula de la materia. Así pierden de vista las posibilidades de resignificación que tienen esos contenidos en los desarrollos posteriores de la misma u otras disciplinas, dificultando su ampliación y complejización. Y también obstaculizan su transferencia a los ámbitos extraescolares, donde la vida no les presentará a sus alumnos los problemas en un orden lineal y preestablecido.

La repetición de frases como “*ese tema ya lo dí*” o “*eso ya lo dieron en tal grado*” es un síntoma de cómo el recorte, lo que prescribe el programa para enseñar en ese grado, pasa a constituir inconscientemente la totalidad de lo que el docente cree que debe enseñar y finalmente **todo lo que hay que saber** sobre cada tema. Por ese camino, además de no preparar a sus alumnos para que puedan situar lo que aprenden como una parte de lo que van a aprender en los años sucesivos, **los docentes terminan empobreciendo su propio bagaje conceptual**.

Para evitar esto es prioritaria la creación de departamentos, en nuestro caso de matemática, pero también de lengua y ciencias, a cargo de los docentes con mayor experiencia e interés, que se encarguen de mantener vivo el debate institucional, supervisar la coherencia y pertinencia en la enseñanza de cada área entre los maestros de los sucesivos grados y colaborar en la preparación didáctica de los docentes más jóvenes.

También es necesario tomar medidas urgentes en los institutos de formación docente para revertir en los futuros maestros las consecuencias de estas orientaciones erróneas en matemática que recibieron durante su propia escolaridad primaria y secundaria. Y formar equipos que profundicen la capacitación en servicio en el área, abran un amplio debate sobre los contenidos de los libros de texto que en muchas escuelas se seleccionan acríticamente, a veces por influencia de las promociones editoriales, y comiencen a elaborar bibliografía que oriente la tarea didáctica, evitando que los docentes recurran a “*recortar y pegar*” ejercicios extraídos de los más diversos manuales, que suelen presentar contradicciones o errores conceptuales.

Con la voluntad de colaborar en estas tareas presento esta propuesta para la enseñanza de fracciones equivalentes junto con geometría en el tablero de ajedrez.

I. La propuesta didáctica

“La utilización de juegos en aritmética no es nueva. Muchos maestros los han estado empleando durante mucho tiempo. Sin embargo, los juegos sólo se han usado como complemento para reforzar el aprendizaje supuestamente alcanzado en lecciones y mediante ejercicios escritos ... Los juegos también se usan como premio y/o actividad de relleno para niños que han terminado su tarea. Lo que yo recomiendo es que los juegos sean ascendidos de categoría, y en vez de ocupar un lugar secundario, pasen a desempeñar un papel principal.” (Constance Kamii)⁽⁴⁾

1. Los beneficios de enseñar ajedrez en la escuela

Se ha escrito mucho sobre este tema, pero quiero destacar brevemente algunos beneficios que brinda a los niños aprender y practicar ajedrez.

Desarrolla todas las habilidades intelectuales que son objetivos del proceso educativo como la capacidad de observación, la atención y la concentración, la memoria, la creatividad y la imaginación, el análisis y la síntesis, la elaboración de hipótesis, el cálculo y el pensamiento estratégico y **potencia el aprendizaje significativo de contenidos matemáticos** como veremos a continuación.

Mejora las aptitudes para articular los factores materiales (análisis y evaluación de la posición de las piezas), temporales (oportunidad y precisión para realizar las jugadas) y psicológicos (voluntad, determinación y tenacidad para implementar un plan estratégico) que intervienen en la toma de decisiones.

Incorpora y articula múltiples sistemas de lenguaje, como la notación algebraica (lengua ajedrecística universal) y el lenguaje ideográfico (símbolos de las piezas) para la interpretación y trasposición de las jugadas y los problemas en los tableros (murales, juegos de mesa, diagramas de libros).

Favorece la transferencia de contenidos procedimentales. La necesidad de pensar antes de actuar, observar y evaluar el contexto, elaborar hipótesis provisionales y planes de acción, verificar y corregir el error, asumir un pensamiento dialógico, reflexivo y descentrado (aprender a ponerse en el lugar del otro) y la disposición a analizar distintos puntos de vista conforman una valiosa actitud ante el conocimiento y se constituyen en un dispositivo eficaz para afrontar nuevas experiencias en otras áreas de su vida escolar y social.

Eleva la autoestima porque aceptar y disfrutar el desafío de competir promueve una personalidad autónoma y con mayor confianza en sus capacidades. A la satisfacción cuando gana, se agrega la autocrítica si pierde por errores propios y la búsqueda de superación si es derrotado por el mayor nivel de su rival.

Previene adicciones porque se ubica en las antípodas de la propuesta lúdica de los video-juegos, que generan comportamientos compulsivos, desarrollan respuestas reflejas y destrezas mecánicas y favorecen el aislamiento de los niños que dan prioridad a su vínculo con las máquinas en desmedro de las relaciones interpersonales. Se utiliza en terapias de desintoxicación porque ayuda a estructurar el tiempo de ocio, afirma la personalidad y exige una concentración incompatible con el consumo de alcohol y drogas.

⁽⁴⁾ Constance Kazuko Kamii - **El niño reinventa la aritmética** (Implicaciones de la teoría de Piaget) - Introducción - pág. 11 - Volumen XXIX de la Colección Aprendizaje - Ed. Visor - 2ª edición 1988

Para que los beneficios del ajedrez no sean patrimonio de élites intelectuales y económicas, el Estado debe garantizar su acceso universal en la escuela. Pero además el ajedrez es una fortaleza para la institución donde se enseña porque restablece el deseo de aprender en el proceso educativo, mejora la convivencia limitando la violencia escolar, despierta el interés de los docentes por renovar sus prácticas, es una eficaz herramienta de diagnóstico en el aula, recrea los vínculos con las familias de los alumnos y le transmite prestigio social.

2. La enseñanza integrada de ajedrez con matemática

A diferencia de la mayoría de los docentes del Plan de Ajedrez Escolar de la Provincia de Santa Fe⁽⁵⁾, que provenían de clubes donde jugaban y entrenaban a niños y jóvenes con objetivos deportivos, me convocaron a la enseñanza oficial en 1993 por los resultados del taller de ajedrez que brindaba gratuitamente como padre del Consejo Escolar⁽⁶⁾ de la Escuela Primaria N° 147 “Provincia de Entre Ríos” de la ciudad de Rosario.

Mi interés social y político sobre la situación general de la educación sustenta mi enfoque pedagógico que promueve la enseñanza escolar del ajedrez como **una herramienta didáctica para desarrollar el pensamiento crítico y creativo**, antes que como formadora de ajedrecistas infantiles.

Esta mirada integral, sumada a mi formación técnica⁽⁷⁾ me llevó, desde el inicio de mi actividad docente, a impulsar una orientación interdisciplinaria mediante cartillas que proponen la formalización de los procesos geométricos y aritméticos implícitos en el juego⁽⁸⁾. Junto a la teoría tienen ejercitación que aborda: lateralidad, alineación, oblicuidad, paralelismo y perpendicularidad, simetría, sistema de coordenadas, cálculo de casillas, clasificación de cuadriláteros, ecuaciones de ganancia y pérdida de material, etc.

Aproveché las oportunidades que brindan estos materiales para hacer preguntas directas sobre matemática a mis alumnos. Las respuestas que recibí me despertaron sorpresa y curiosidad: en la mayoría de los temas, especialmente de geometría, existía una notable distancia entre lo que se suponía que la escuela les había enseñado y lo que ellos decían al respecto. Al proseguir estas indagaciones de modo más planificado y exhaustivo, me impresionó que las mismas afirmaciones erróneas se repitieran a lo largo de los años en escuelas con alumnos de las más diversas condiciones sociales y culturales.

Así fui identificando **errores sistémicos** en la enseñanza de la matemática. Los diagnósticos y la elaboración de alternativas maduraron primero en las actividades de integración con docentes de matemática que compartían mi trabajo en el aula y luego en los cursos y conferencias de capacitación pedagógica que brindé en los últimos diez años en Santa Fe y otras provincias argentinas, donde verifiqué la responsabilidad de la propia formación docente en la reproducción de estos errores. En este proceso exploré las similitudes estructurales del ajedrez y la matemática que permiten operar en forma abierta pero exigen respetar reglas estrictas.

También vuelco aquí algunas reflexiones sobre la teoría y práctica del ajedrez realizadas para detectar y aprovechar los factores que hacen posible que niños **tan pequeños**, de personalidades y condiciones sociales y culturales **tan diferentes** aprendan **tan rápido** a hacer **tan bien** algo **tan difícil**.

Esta propuesta tiene como objetivo ofrecer a los docentes una mirada diferente para enseñar fracciones equivalentes. El uso del tablero de ajedrez puede aparecer como una novedad, pero no es lo decisivo. No se trata de brindar una receta alternativa a las que ya se aplican sino de estimular el desarrollo de perspectivas múltiples, abiertas, complejas y creativas, cualesquiera sean las herramientas de las que dispongan o prefieran usar.

⁽⁵⁾ El Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe comenzó a implementar en 1990 un Plan de Ajedrez Escolar a partir de 4° grado de la escuela primaria de acuerdo a la Ley Provincial N° 10.525, sancionada ese mismo año.

⁽⁶⁾ A comienzos de los '90 algunas escuelas públicas constituyeron Consejos Escolares en el marco de la Ley Provincial N° 10.426. Integrados por personal directivo y representantes de la comunidad educativa (docentes, padres, alumnos y no docentes), impulsaron la ampliación de la oferta educativa, la creación de nuevas escuelas secundarias y promovieron un Movimiento en Defensa de la Escuela Pública contra el proyecto neoliberal del menemismo que poco después se plasmó en la nefasta Ley Federal de Educación.

⁽⁷⁾ Mi paso en la adolescencia (1968/73) por el Instituto Politécnico Rosario con su notable formación en matemática, me permitió comprender y querer esta materia. En su biblioteca, alumnos mayores me enseñaron a jugar al ajedrez e integrando su equipo en los Intercolegiales adquirí experiencia deportiva. Allí también comencé a participar en la lucha estudiantil contra la dictadura militar de la época. Continué desarrollando estos intereses durante los años siguientes en la Facultad de Ingeniería de la UNR.

⁽⁸⁾ Estos materiales con orientación interdisciplinaria (**Juan Jaureguiberry - Conocimientos Elementales 1 y 2**) fueron editados en 1994 en colaboración con la Federación de Cooperadoras Escolares de Rosario y desde 1996 con el apoyo de la Secretaría de Cultura y Educación de la Municipalidad de Rosario. Material oficial del Programa Municipal de Ajedrez desde su inicio en 2004, miles de ejemplares son editados anualmente por la Editorial Municipal de Rosario. Desde 2008 se encuentran en la página web del Ministerio de Educación de la Nación (educ.ar) y son utilizados por docentes de ajedrez de varias provincias.

En última instancia, este replanteo didáctico se propone generar en los alumnos la capacidad conceptual que les permita utilizar la aritmética de fracciones con seguridad y eficacia en la solución de los más diversos problemas. Para eso hay que profundizar el debate iniciado en la introducción sobre los aspectos de la enseñanza tradicional de fracciones que dificultan a los alumnos su aprendizaje significativo.

3. Ventajas de utilizar el tablero de ajedrez

Para que se pueda abordar la propuesta sin necesidad de conocimientos previos de ajedrez vamos a trabajar con un tablero sin piezas. El uso del tablero de ajedrez en el proceso de enseñanza/aprendizaje de matemática en general y de fracciones en particular, presenta múltiples ventajas respecto de otros elementos empleados tradicionalmente en la escuela. Sus características materiales (forma, cuadrícula, alternancia de colores, etc.) actúan como facilitador de la construcción de relaciones lógico matemáticas.

Como soporte espacial de un juego en el que los niños desarrollan estrategias significativas, podemos convertirlo en un importante estímulo, ya que, como plantea Norberto Boggino: *“Sin estructuras previas ni organización lógica de lo real, los hechos y acontecimientos no son significativos para los niños. Lo que posibilita el aprendizaje no es la mera presentación del estímulo; de nada valdría intentar que un niño de Nivel Inicial aprenda la raíz cuadrada. Un estímulo sólo se torna significativo para el niño cuando los conocimientos previos y la estructura cognitiva permiten su asimilación. De lo contrario sería incorrecto incluso hablar de estímulo; sólo será una situación presentada pero que no ha operado como un estímulo”*⁽⁹⁾

a. Es un espacio ordenado

El tablero de ajedrez no es una mera cuadrícula. Tiene un orden espacial que lo constituye como tal no sólo para jugar sobre él sino para interpretar y comunicar el juego, para analizar a posteriori lo ocurrido, para estudiar su historia, para planificar futuras partidas. No sólo tiene un orden interno, referido a las piezas y a sus posibilidades de movimiento sino también una ubicación referencial respecto a los jugadores y a los observadores.

1) El primer orden espacial es el que surge de la alternancia de colores de las casillas. Más allá del color del que estén pintadas se denomina siempre blancas a las casillas claras y negras a las casillas oscuras. Desde esta alternancia de colores se define la posición del tablero para jugar: siempre **las casillas blancas de las esquinas deben estar a la derecha de los jugadores**.

2) El segundo orden espacial es el que producimos cuando agrupamos las casillas para construir los caminos por los que van a mover las piezas, formando filas, columnas y diagonales.

Llamamos columnas a los conjuntos de ocho casillas (cuatro blancas y cuatro negras) alineadas y unidas por sus lados que van desde el borde donde se ubica un jugador hasta el borde donde se encuentra el otro jugador. Son paralelas entre sí. En los diagramas aparecen como verticales. Cada columna se nombra con una letra minúscula correlativa (**a, b, c, d, e, f, g, h**) desde la izquierda del jugador que lleva las piezas blancas.

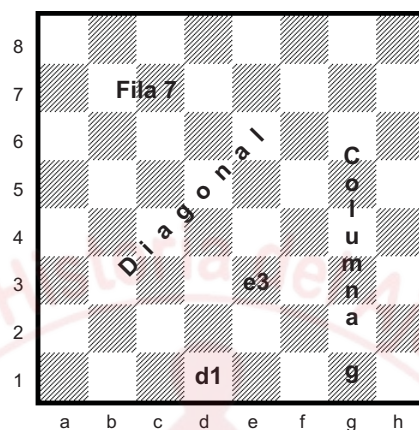
Denominamos filas a los conjuntos de ocho casillas (cuatro blancas y cuatro negras) alineadas y unidas por sus lados que van de izquierda a derecha de los jugadores. Son paralelas entre sí y perpendiculares a las columnas. En los diagramas aparecen como horizontales. Cada columna se nombra con números correlativos (**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8**) desde el jugador que lleva las piezas blancas.

Llamamos diagonales a los conjuntos de casillas del mismo color, alineadas y unidas por sus vértices, que van desde un borde a otro del tablero. Hay diagonales blancas y diagonales negras, de diferente dirección (paralelas o perpendiculares entre sí) y distinta cantidad de casillas. En ajedrez, sólo las diagonales de ocho casillas, que unen las esquinas opuestas del tablero y que llamamos diagonal mayor blanca y diagonal mayor negra respectivamente, coinciden con el concepto de diagonal que utilizamos en la geometría de los cuadriláteros.

3) El tercer orden espacial es el sistema de coordenadas cartesianas alfanuméricas que permite identificar unívocamente cada casilla del tablero y es utilizado universalmente para anotar las jugadas, reproducir las partidas para su análisis y estudio y posibilitar el juego en las computadoras. Cada una de las 64 casillas se nombra colocando primero la letra de la columna seguida del número de la fila en la que está ubicada.

⁽⁹⁾ Norberto Boggino - ¿Por qué fracasan los niños en el aprendizaje de la matemática? En “Problemas de aprendizaje ¿Qué prevención es posible?” - Ovide Menin (compilador) - Cap. V - pág. 126 - Ed. Homo Sapiens - 1997

Tablero de ajedrez



b. Es un espacio de producción matemática significativa

Mientras juega al ajedrez el alumno realiza en el tablero múltiples actividades geométricas y aritméticas significativas:

- 1) Los movimientos de las piezas y las líneas de ataque y defensa entre ellas (a la vez imaginarias y operativas) siguen reglas geométricas estrictas.
- 2) Los cálculos de equilibrio o desequilibrio material que permiten decidir capturas o movimientos de defensa requieren resolver dos niveles de incuaciones: las que tienen en cuenta la cantidad de piezas de cada bando involucradas en la situación analizada y las que consideran el valor relativo de esas piezas. Esto a su vez influye en las decisiones secuenciales, es decir del orden de las jugadas a realizar, especialmente cuando existen simultáneamente múltiples posibilidades de capturas.
- 3) En los finales, los mates con pocas piezas a reyes solos, los intentos de coronar peones y la eficacia de los desplazamientos de los reyes para apoyarlos o para capturarlos están determinados por estrictos cálculos numéricos y geométricos.

Toda esta actividad matemática es invisible al observador no experto porque los niños la realizan en forma mental, con aciertos y errores que a la postre definirán el resultado de la partida, pero sin apelar a ninguno de los recursos escolares formales: sin lápiz ni papel, sin reglas ni escuadras, sin calculadora y ni siquiera contando con los dedos.

La mayor o menor conciencia que los niños tengan de lo que hacen dependerá de la perspectiva con la que hayan aprendido el juego ciencia. Los que recibieron la enseñanza de sus familiares o en clubes que priorizan la competencia deportiva también realizan esta actividad matemática, aunque de manera más inconsciente que los alumnos de nuestro programa interdisciplinario y tienen menos posibilidades de proyectarla hacia problemas no ajedrecísticos.

c. Puede utilizarse como conjunto continuo o discontinuo

1) Si decido pensar el tablero como un conjunto continuo, como una unidad en la que la fracción se obtiene por la división de la totalidad, tengo una importante ventaja respecto a los ejemplos escolares tradicionales en los que se comienza dibujando figuras circulares asociadas a una torta o una pizza. En estos casos, luego de partirlas por la mitad, en cuartos o como máximo en octavos, las representaciones se agotan y exigen el paso directo a la generalización abstracta. En cambio, las 64 casillas del tablero permiten trabajar fácilmente con fracciones más pequeñas.

2) Pero si prefiero pensarlo como un conjunto discontinuo, la coexistencia fundante entre la parte (casilla) y el todo (tablero) permite que las fracciones se construyan por agrupación y/o distribución de sus elementos (casillas), de modo similar a los modelos escolares tradicionales en los que agrupamos y/o distribuimos caramelos, globos o bolitas. Aquí también el tablero tiene una ventaja: las casillas siempre permanecen juntas en el tablero. Están a la vista en forma simultánea y esto facilita a los alumnos establecer relaciones entre fracciones equivalentes reagrupando con sólo una mirada distintas cantidades de casillas.

3) Tanto en el trabajo con representaciones continuas como discontinuas, el tablero se revela como un espacio geoméricamente regular en el que la determinación de fracciones se realiza formando rectángulos y cuadrados. Esto permite articular la enseñanza de fracciones con temas de geometría como simetría, rotación y traslación, propiedades de las figuras planas y cálculo de superficies.

Además, al considerarlo un conjunto de casillas, su uso es compatible con la necesaria recuperación de la teoría de conjuntos como herramienta curricular, tarea pendiente para la educación argentina desde la recuperación de la democracia.

d. Es un material concreto que acompaña toda la escolaridad de los alumnos

El uso de material concreto en la escuela está tradicionalmente limitado al nivel inicial y al primer ciclo. Pero cuando se incorpora el ajedrez al proyecto institucional de la escuela, el tablero pasa a ser un material **a la mano y a la vista** de los alumnos durante toda su vida escolar y que en cada nivel de desarrollo del aprendizaje matemático puede ser reconstruido progresivamente desde el punto de vista conceptual. Por ejemplo, en aritmética las casillas del tablero se pueden utilizar para explicar sucesivamente las operaciones suma, producto y potencia. En geometría se puede comenzar en el primer ciclo con temas como alineación y lateralidad para después desarrollar paralelismo y perpendicularidad y luego trabajar figuras regulares y superficie.

Esta relación de los alumnos con el ajedrez en la escuela no necesariamente tiene que estar acompañada de una formación en el sentido deportivo. Pero los niños que estudian en un ambiente donde el ajedrez es un juego disponible y valorado positivamente por los adultos que los acompañan en su proceso de crecimiento, podrán reflejar su maduración emocional e intelectual en su relación con el juego mismo, como jugadores que se superan a veces en forma continua, a veces por saltos.

e. Es parte de un juego placentero

Cecilia Bixio señala acertadamente que: *“Si educar es un proceso de subjetivación, algo del orden del deseo debe jugarse. Si esto no sucede, no hay proceso educativo. La pulsión de saber transita sobre el deseo y se deposita en los objetos, mediatizada por el deseo del otro que sostiene el proceso. Deseo que, al ser de otro, debe tener una cualidad: desear la aparición del deseo del otro.”* y se pregunta *“¿Hay lugar en nuestras instituciones para este libre juego de deseos? ¿Hay lugar para este encuentro de subjetividades?”*⁽¹⁰⁾

Como soporte de una actividad lúdica, el tablero de ajedrez es un elemento amigable para el alumno, que despierta aceptación y lo predispone positivamente, porque está asociado a situaciones de placer y deseo y también de aprendizaje y creación. Y esta no es una cuestión menor ni accesorio cuando además la vinculamos con la enseñanza de matemática, una materia que para muchos tiene una carga cultural prejuiciosa y negativa, asociada a la dificultad, la aridez y el aburrimiento.

4. Ejes de trabajo

Promovemos una didáctica constructivista en las antípodas de las prácticas conductistas a las que se refieren los alumnos cuando repiten lauletilla: *“La maestra dijo que esto se hace así”*.

Nos apoyamos en el ajedrez como modelo de práctica abierta e inagotable en su diversidad y profundidad. Aunque millones de personas lo han jugado durante siglos aplicando reglas tan estrictas como las de la matemática, no se ha encontrado ninguna forma predeterminada e infalible de ganar. Es una actividad indisolublemente unida a procesos de creación, verificación y refutación constantes. Ni siquiera la aparición de programas informáticos que analizan millones de variantes por segundo ha conseguido quitarle su atractivo: siguen surgiendo jugadores que les ganan a las más avanzadas computadoras.

Si bien las investigaciones de Constance Kamii se desarrollaron en los primeros grados, vinculadas a la utilización de juegos para la construcción del concepto del número en los niños pequeños, tomamos y desarrollamos su propuesta de *“ascender de categoría los juegos”*. Y en esto nos alientan las evaluaciones positivas de los docentes y directivos de las escuelas donde se lleva adelante la enseñanza de ajedrez como materia en los 4° y 5° grados de la escuela primaria vinculada a los contenidos de matemática del 2° ciclo.

⁽¹⁰⁾ Cecilia Bixio - ¿Chicos aburridos? El problema de la motivación en la escuela - pág. 43 - Ed. Homo Sapiens - 2006

Enumeramos a continuación las principales *intenciones* que caracterizan esta propuesta con la expectativa de que esta clasificación más o menos arbitraria en *ejes* cuyos contenidos a veces se entremezclan, les sirva a los lectores que las compartan para desarrollar didácticas alternativas sobre otros temas.

Eje 1: Complejizar lo aparentemente simple

Abordamos el tema desde la fracción más simple ($1/2$) porque proporciona suficientes elementos para desentrañar las dificultades del proceso de enseñanza/aprendizaje de fracciones equivalentes sin complicaciones aritméticas innecesarias. Rechazamos la idea tan extendida de que la principal forma de profundizar la dificultad matemática sea proponer cuentas con números que tengan cada vez más dígitos o extender la secuencia de operaciones sucesivas necesarias para resolver un ejercicio.

La complejidad matemática depende de la *cantidad y calidad de relaciones que los alumnos tengan que construir para resolver situaciones problemáticas y los roles que ellos mismos desempeñen en esa tarea respecto al conocimiento* (anticipación, apropiación, reelaboración, generalización, universalización).

Nuestro desafío es producir problemas asociados a imágenes simples, con números pequeños y pocas y sencillas operaciones, pero que permitan, estimulen, propongan e incluso exijan razonamientos que sean complejos para el momento del desarrollo escolar de los alumnos a los que se les planteen.

En esta dirección nos apoyamos en los modelos de problemas ajedrecísticos y especialmente de los *finales artísticos*, donde con muy pocas piezas sobre el tablero se crean situaciones de gran complejidad y donde las soluciones suelen provenir de jugadas que aparecen a primera vista como ilógicas o contraproducentes.

Si nos proponemos educar para producir sujetos críticos, nosotros mismos como docentes tenemos que ser capaces de poner en cuestión lo obvio y no conformarnos con la primera impresión, desconfiar de las apariencias e indagar bajo la superficie, confrontar las definiciones buscando ejemplos en los límites.

Debemos enseñar a construir *regularidades* en la realidad mediante procesos de análisis y síntesis, buscando y clasificando *lo diferente en lo igual y lo igual en lo diferente*, como lo ha hecho la humanidad a lo largo de la historia en su proceso de diferenciación de la naturaleza, construyendo su pensamiento y su lenguaje, su cultura y su tecnología.

Eje 2: Trabajar conjuntamente fracciones con geometría

En este trabajo, la fracción expresada en números tendrá siempre una relación *visible* con la representación geométrica de una parte del tablero: será su expresión numérica y de allí provendrá su sentido.

Insistimos en destacar que vamos a trabajar con representaciones geométricas de *la mitad de algo* (en nuestro caso del tablero de ajedrez o su diagrama) y no con representaciones geométricas del número racional $1/2$ que tiene carácter ideal. Por lo tanto, la relación entre las fracciones tendrá siempre una correspondencia con la relación entre las superficies de las figuras geométricas, regulares o irregulares, que expresan.

No les propondremos a los alumnos realizar operaciones de simplificación de fracciones como mera práctica de cuentas, sino por comparación de superficies de representaciones. Todas las operaciones con números racionales y las consecuentes fracciones equivalentes surgirán de analizar y expresar las relaciones entre las diferentes representaciones de la mitad de los tableros de ajedrez.

Los alentaremos para que elaboren, comparen, debatan y verifiquen sus propias hipótesis sobre las relaciones entre los numeradores y denominadores de las fracciones equivalentes. Y que apliquen sus conclusiones para simplificar las operaciones con racionales cuando se las hayan apropiado como conocimientos significativos y no como reglas mnemotécnicas dictadas por los docentes.

Utilizar la geometría como soporte del desarrollo de este tema de aritmética nos permite *llevar de la mano* estos dos aspectos de la matemática, como debería hacerse a lo largo de toda la escolaridad primaria, en vez de trabajarlas como temas desconectados y generalmente relegando a la geometría.

Una vez más asociamos esta decisión de unir geometría y aritmética a la práctica dialéctica de los niños cuando juegan al ajedrez: mientras imaginan trayectorias para prever los movimientos de las piezas, calculan ecuaciones para decidir ataques, defensas y capturas.

Eje 3: Priorizar los diseños discontinuos sobre los continuos

Mostraremos cómo la representación gráfica mediante diseños discontinuos exige a los alumnos mantener la tensión entre las distintas imágenes y el concepto de fracción, porque al trabajar con figuras geométricas dispersas **tienen que volver a construir** una y otra vez la imagen y el concepto de la mitad.

El trabajo no está centrado en la búsqueda de resultados para los problemas, sino en los **procesos** para resolverlos. Es que los resultados son conocidos de antemano y siempre nos remiten a la mitad del tablero y a su expresión numérica ($1/2 T$). Nuestro principal objetivo es que los alumnos aprendan a desarrollar las actividades matemáticas **necesarias para identificar las regularidades de realidades diferentes y operar con esas regularidades**.

En esos procesos de cálculo de la mitad desde los diseños discontinuos los alumnos se apropiarán de procedimientos fundamentales para la operatoria de fracciones y explicitarán con lenguaje matemático nociones que en el trabajo con diseños continuos regulares casi siempre quedan ocultos detrás de la mirada intuitiva, rutinaria y totalizadora.

Eje 4: Obtener cada fracción equivalente desde múltiples diseños

En la construcción del concepto de fracción equivalente le otorgamos un papel fundamental a la obtención de los mismos resultados aritméticos partiendo desde diferentes imágenes para evitar las respuestas condicionadas por la reiteración mecánica de modelos estereotipados. Por este camino, los docentes ayudarán a sus alumnos a avanzar en la comprensión de que las fracciones equivalentes, como **entidades ideales**, expresan características comunes de distintas realidades. No sólo representan de manera diferente la misma porción de una totalidad sino también una misma relación entre las partes de distintas totalidades.

La búsqueda de múltiples representaciones también fomenta la imaginación y el pensamiento creativo. Cuando logremos que la búsqueda de alternativas se haga en forma sistemática, los alumnos desarrollarán la habilidad de realizar análisis exhaustivos para tener la certeza de que encontraron **todas** las representaciones posibles que pueden ser expresadas por las mismas fracciones equivalentes en un contexto determinado.

Eje 5: Proponer en cada caso diferentes procesos de cálculo

Sugerimos que los alumnos utilicen líneas alternativas de cálculo para cada una de las representaciones geométricas:

- 1) que siempre realicen los cálculos de las partes del todo con dos procedimientos: uno partiendo del tablero como totalidad y otro empezando de las casillas como partes mínimas indivisibles del tablero;
- 2) que en los procesos de cálculo por adición de casillas, realicen primero el cálculo sin simplificar hasta el final y luego simplificando paso a paso;
- 3) que finalmente comparen estos procedimientos y registren las nuevas relaciones de fracciones equivalentes que se generaron.

Al obtener los mismos resultados por distintos caminos, los alumnos superarán el temor prejuicioso de que la aparición de diferentes operaciones y números originen resultados equivocados y se adentrarán en el método científico para el cual la convergencia de resultados desde la diversidad de procedimientos es un valioso **método de verificación** de lo correcto de las hipótesis, lo adecuado de los procesos y la exactitud de los cálculos.

Eje 6: Utilizar un lenguaje matemático preciso

Proponemos trabajar en la precisión de los enunciados porque en matemática todo **es** lo que decimos que es. La única matemática que hay en los objetos es la que construyen y le adjudican los sujetos. Por eso, siempre que se pueda hay que **jugar con los enunciados** para que los alumnos comprendan los alcances que tienen en distintos lenguajes las diferencias discursivas.

Mínimos cambios en las palabras utilizadas, que en el lenguaje coloquial suelen pasar desapercibidos, son aceptados como sinónimos o sólo reflejan matices que tienen que ver con emociones o intereses, **en el lenguaje**

matemático producen modificaciones sustanciales, definen cosas diferentes. Por eso plantearemos problemas con enunciados similares y analizaremos pequeños cambios en las palabras utilizadas generan sentidos muy diferentes.

Los docentes de matemáticas tienen que ejercitar su habilidad de multiplicar la utilidad didáctica y simbólica con la menor cantidad de recursos materiales, como suelen hacer los docentes de lengua cuando “*le sacan jugo*” a un mismo cuento infantil para desarrollar distintos temas durante varias clases.

Pero también nos proponemos acostumbrar a los niños a leer con más atención y esforzarse por interpretar más cuidadosamente no sólo los enunciados, sino también la dinámica de los problemas reales, como lo hacen cuando planifican sus jugadas para ganar una partida de ajedrez.

Eje 7: Desarrollar los temas teóricos como situaciones problemáticas

Proponemos que los desarrollos teóricos de los próximos capítulos sean presentados a los alumnos como situaciones problemáticas para que ellos elaboren las expresiones matemáticas que se correspondan con las relaciones que construyan entre las partes del tablero.

Las propuestas de formalización matemática que realizamos **son una guía dirigida exclusivamente a los docentes** y no deben ser transcritas mecánicamente en el pizarrón. Cada docente aportará progresivamente a sus alumnos, en la medida que avancen en la construcción de sentido y en el desarrollo de su pensamiento lógico, la simbología específica necesaria para que puedan comunicarse (expresarse e interpretar) de acuerdo al lenguaje matemático universal.

Las conceptualizaciones posteriores al desarrollo de cada etapa no deben tener un carácter cerrado. Recomendamos elaborar conclusiones provisionarias para encarar las siguientes fases, evitando la ansiedad y permitiendo que los procesos de generalización de los saberes sean fruto del enriquecimiento que produzcan los alumnos al intentar resolver nuevas situaciones problemáticas.

Los problemas de generalización, pensamiento lateral o análisis exhaustivo que atraviesan la propuesta **no están pensados como una secuencia cronológica estricta para el trabajo áulico**, sino como posibilidades de desarrollo de la reflexión lógica que los docentes administren de acuerdo a los avances que registren en sus clases e incluso proyecten en años sucesivos mediante acuerdos institucionales con sus compañeros de trabajo.

Eje 8: Explicitar los recortes didácticos

En cada etapa de este trabajo dejo planteadas algunas posibilidades que no desarrollo porque constituyen los límites provisionarios a los que decidí atenerme. De hecho, en varios momentos de la elaboración de este libro, yo mismo fui corriendo estas fronteras e incorporé nuevos capítulos y problemas para abarcar algunos temas que en un primer momento había pensado recortar.

Explicitar esos recortes es a la vez una invitación y un desafío a criticar, profundizar y transformar la propuesta que ofrecemos, evitando que el lector la considere como completa, acabada y lista para llevarla directamente al aula.

También es importante que los docentes se acostumbren a explicitar los recortes a su práctica en el aula. Brindarles a sus alumnos un marco conceptual abarcador antes de desarrollar cada tema les permite construir una perspectiva dentro del cuál esos contenidos adquieren un sentido más amplio. Además, generan en los estudiantes inquietud, curiosidad e interés para trabajar fuera de los bordes del recorte: abre las puertas para interesarlos en **aprender a aprender**.